

התפלגות נורמלית 1

דף עבודה – שאלון 471

לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



חלק א' – סטיית תקן:

סטיית תקן – ערך המתאר את מידת הפיזור של ערכים מסביב לממוצע. במילים אחרות זהו מדד לחריגות – ככל שסטיית התקן גדולה יותר המשמעות היא שהערכים חריגים יותר מהממוצע.

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}}$$

חישוב סטיית תקן:

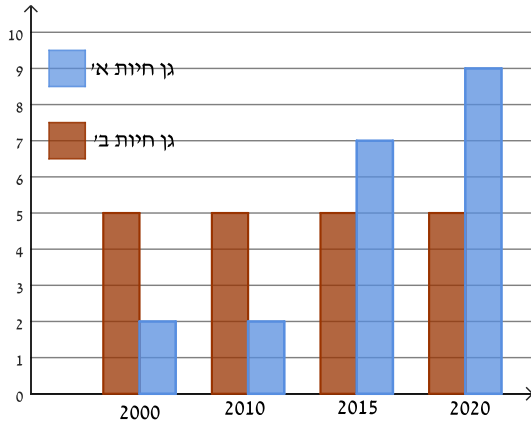
$f_1, f_2, \dots, f_n$ הם השכיחויות של $x_1, x_2, \dots, x_n$ בהתאמה, $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$.

השפעות על סטיית תקן:

- (א) הוספה או הפחתה של ערך קבוע לכל אחד ממשתנים **לא משנה את סטיית התקן**.
- (ב) הכפלה או חילוק של כל המשתנים פי מספר חיובי a – **מכפילה את סטיית התקן פי a** .
- (ג) הוספת משתנה השווה בערכו לממוצע – **מקטינה את סטיית התקן** (הפיזור קטן).

1 במחלקת יולדות בשני בתי חולים נבדק משקלם של 5 תינוקות ביום הלידה והתקבלו הערכים הבאים בק"ג. מחלקת יולדות א': 4.2, 2.2, 3.6, 4.6, 2.4 (ממוצע: 3.4 ק"ג)
מחלקת יולדות ב': 3.4, 3.2, 3.4, 3.6 (ממוצע: 3.4 ק"ג).

- א. שערו ללא חישוב, היכן סטיית התקן של משקל התינוקות גדולה יותר.
- ב. חשבו את סטיית התקן של משקל התינוקות בכל אחד מהמקרים. האם צדקתם בהשערתכם?
- ג. התברר שהמשקל לא היה מכויל, לכן יש להוסיף 100 גרם למשקל כל תינוק במחלקת יולדות א'. האם במקרה זה סטיית התקן גדלה או קטנה? הסבירו.
- ד. כעבור שנה נבדק משקלם של 5 התינוקות במחלקת יולדות ב' והתברר כי כל התינוקות הכפילו את משקלם. האם ניתן לקבוע את ממוצע ואת סטיית התקן החדשים ללא חישוב נוסף?



(2) לפניכם דיאגרמה המתארת את מספר הפילים

בשני גני חיות שונים באירופה:

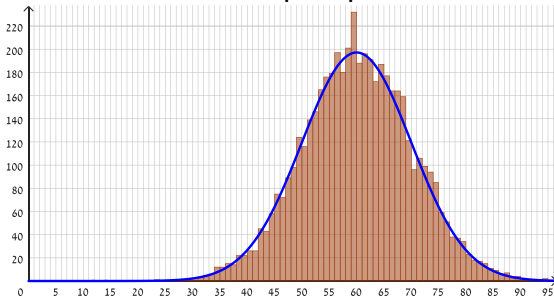
- קבעו ללא חישוב, היכן סטיית התקן של מספר הפילים גדולה יותר?
- חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של מספר הפילים, ובדקו האם צדקתם בסעיף א'.

צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:

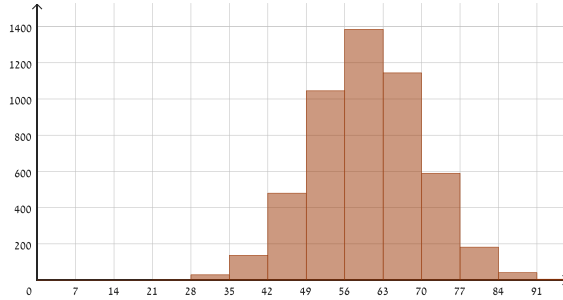


חלק ב' - מהיסטוגרמה לעקומת ההתפלגות הנורמלית:

עקומה - כאשר מספר התצפיות גדול מאוד רוחב כל מלבן הופך קטן יותר ומקבל קו מתאר חלק של קצות המלבנים. השכיחות היא לא גובה העקומה אלא **השטח** הכלוא בין העקומה לציר ה-x.

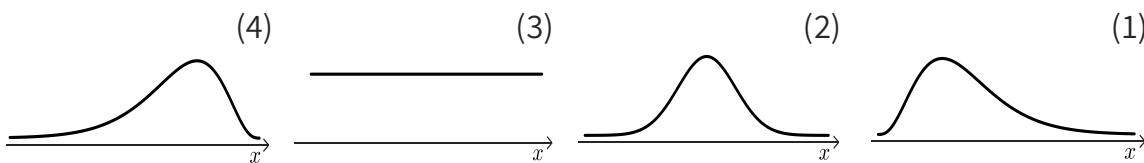


היסטוגרמה - דיאגרמה לתיאור משתנה כמותי רציף. כל מלבן בהיסטוגרמה מתאר קבוצת משתנים, כאשר גובה המלבן מתאר את השכיחות של הקבוצה, ורוחב המלבן מתאר את טווח הערכי המשתנה בקבוצה.



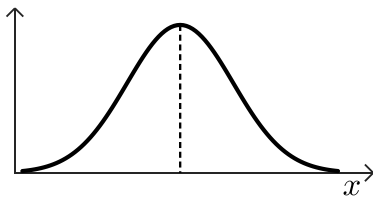
קיימות התפלגויות רבות, ואולם אנו נתמקד בהתפלגות הנורמלית בלבד: זוהי התפלגות **סימטרית**, בה הממוצע השכיח והחציון נמצאים **במרכז ההתפלגות**, וככל שמתרחקים מהמרכז השכיחות **קטנה**.

(3) לפניכם 4 התפלגויות שונות.



- אלו מבין הגרפים מייצג התפלגות נורמלית?
- עבור כל התפלגות נסחו תיאור מילולי מתאים, כך שהמשתנה הנבדק יהיה "ציוני הבחינה בלשון".

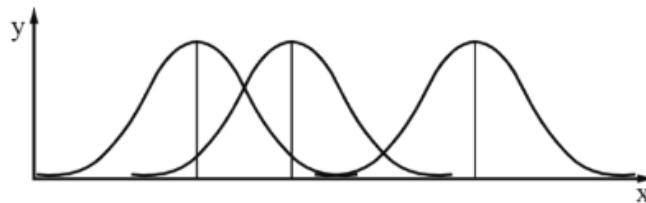
(4) זמן ההמתנה לקבלת משקה חם בבית הקפה השכונתי מתפלג נורמלית. משך ההמתנה הממוצע הוא 8 דקות. הקיפו בעיגול את הטענות הנכונה בהכרח:



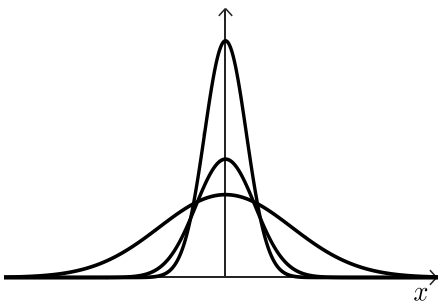
- א. 50% מהלקוחות ממתינים פחות מ- 8 דקות לקבלת משקה.
- ב. ייתכן שמספר הלקוחות הממתינים 6 דקות גבוה ממספר הלקוחות הממתינים 8 דקות.
- ג. ישנם יותר לקוחות הממתינים 11 דקות מאשר לקוחות הממתינים 5 דקות.
- ד. זמן ההמתנה המקסימאלי לקבלת משקה הוא 16 דקות.

חלק ג' - הבדלים בין התפלגויות נורמליות שונות:

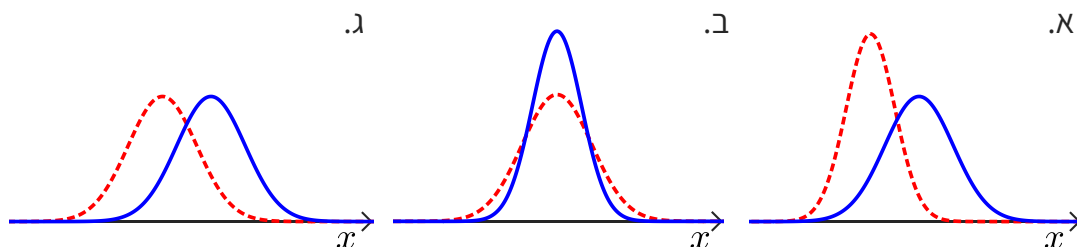
קיימות התפלגויות נורמליות רבות, השונות זו מזו **בממוצע ובסטיית התקן**.
(א) ככל שהממוצע **גדול יותר**, מרכז ההתפלגות ימוקם **ימינה יותר** על ציר ה-x.



(ב) ככל שסטיית התקן **גדולה יותר**, ההתפלגות תהיה רחבה יותר מכיוון שפיזור הערכים סביב הממוצע **גדל**.

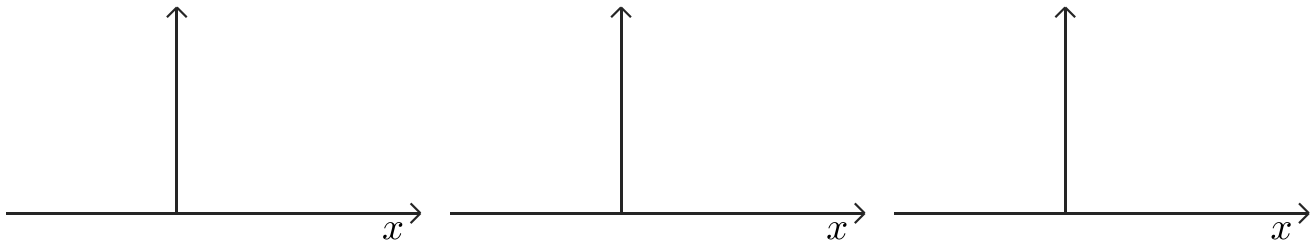


(5) לפניכם זוגות של התפלגויות נורמליות, בהן מופיעים עקומים כחול (רציף) ואדום (מרוסק). עבור כל זוג ציינו את ההבדלים בממוצע ובסטיית התקן בין ההתפלגויות:



(6) בכל סעיף סרטטו **במערכת צירים אחת**, התפלגויות נורמליות המתאימות לתיאורים הבאים:

- א. ממוצע הציונים בכיתה י'3 הוא 81 נקודות וסטיית התקן 5 נקודות, ואילו ממוצע הציונים בכיתה י'4 הוא 70 נקודות וסטיית התקן 10.
- ב. ממוצע השכר במפעל א' 9,000 שקלים עם סטיית תקן של 2000 שקלים. במפעל ב' ממוצע השכר הוא מחצית מזה שבמפעל א' אך סטיית התקן זהה.
- ג. מספר הילדים הממוצע למשפחה בבאר שבע זהה לזה שבעכו, ואולם סטיית התקן של מספר הילדים למשפחה בבאר שבע גדול פי 3.



(7) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#), [שאלה 4](#)



תשובות סופיות:

1) ב. סטיית התקן של התינוקות במחלקת יולדות א':

$$S = \sqrt{\frac{(4.2-3.4)^2 + (2.2-3.4)^2 + (3.6-3.4)^2 + (4.6-3.4)^2 + (2.4-3.4)^2}{5}} = 0.9549$$

סטיית התקן של התינוקות במחלקת יולדות ב':

$$S = \sqrt{\frac{(3.4-3.4)^2 + (3.4-3.4)^2 + (3.2-3.4)^2 + (3.4-3.4)^2 + (3.6-3.4)^2}{5}} = 0.1264$$

ג. הגדלת כל אחד מערכי המשתנה במספר קבוע לא משנה את סטיית התקן, ולכן סטיית התקן לא תשתנה.

ד. הכפלת כל ערכי המשתנה פי 2 תגדיל גם את הממוצע וגם את סטיית התקן פי 2 ולכן הממוצע החדש של משקל התינוקות יהיה 6.8 ק"ג וסטיית התקן 0.2529.

2) א. בגן חיות א' סטיית התקן של הפילים גדול יותר כי הערכים המתוארים מפוזרים יותר סביב הממוצע.
ב. להלן הפתרון:

גן חיות א'	גן חיות ב'	
$\bar{x} = \frac{2+2+7+9}{4} = 5$	$\bar{x} = \frac{5+5+5+5}{4} = 5$	ממוצע
$S = \sqrt{\frac{(2-5)^2 \cdot 2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{4}} = 3.082$	$S = 0$ (כל הערכים שווים לממוצע)	סטיית תקן

3) א. גרף (2) מייצג התפלגות נורמלית.

ב. (1) הבחינה בלשון הייתה קשה מהרגיל. מרבית התלמידים קיבלו ציון נמוך מאוד.

(2) הבחינה בלשון הייתה הוגנת. מעט מהתלמידים קיבלו ציונים גבוהים מאוד או נמוכים מאוד.

(3) כל תלמידי הכיתה קיבלו ציון זהה בבחינה בלשון.

(4) הבחינה בלשון הייתה קלה מהרגיל. מרבית התלמידים קיבלו ציון גבוה מאוד.

4) הטענות הנכונות בהכרח: טענה א' וטענה ד'.

5) א. ההתפלגות הכחולה (קו רציף) בעלת ממוצע גבוה יותר וסטיית תקן גבוהה יותר מההתפלגות האדומה (קו מרוסק).

ב. הערך הממוצע של שתי ההתפלגויות זהה ואולם סטיית התקן של ההתפלגות הכחולה (קו רציף) נמוכה מזו של האדומה (קו מרוסק).

ג. סטיית התקן של שתי ההתפלגויות זהה, ואולם הממוצע של ההתפלגות האדומה (קו מרוסק) נמוך מזה של הכחולה (קו רציף).

